Nombre Completo:____
Sección:______

Nro. Cédula:______________ **Nro. Carnet**:____________
Firma:_____________________

1. **Problema (10 puntos)**: Encontrar el centro de masa (CM) de una placa triangular con densidad de masa σ uniformemente distribuida en la superficie de la placa, teniendo vértices en los puntos $(0,0)$, $(a,0)$ y $(0,b)$. (**NOTA**: si usa otro procedimiento **y** obtiene la respuesta correcta también **obtendrá** el total de puntos que aporta el problema).

   a) **(2 puntos)**: Una forma de proceder consiste en dividir la placa en *elementos de masa* que consisten en varillas verticales muy delgadas. Dibujar dos de estos elementos de masa y señalar, respecto al sistema de coordenadas, el valor genérico que toman las coordenadas $(x^v_{\text{cm}}, y^v_{\text{cm}})$, correspondientes al CM de cada uno de esos elementos de masa. Describir brevemente lo que observa de cada coordenada.

   b) **(2 puntos)**: Indique cuantitativamente cuanta masa dm contiene cada elemento en el que ha de dividir la placa triangular (recuerde que, aunque muy fino o delgado, estamos hablando de un elemento de dos dimensiones).

   c) **(2 puntos)**: Ahora para encontrar la posición del CM de la placa triangular haremos uso de las expresiones:

$$X_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\int x^v_{\text{cm}}\, dm \tag{1a}$$

$$Y_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\int y^v_{\text{cm}}\, dm \tag{1b}$$

   Sustituir en esas ecuaciones los respectivos valores de x^v_{cm} y y^v_{cm} que encontró anteriormente. Indique cuál es su variable de control o de integración y especifique los límites de integración.

   d) **(4 puntos)**: Calcule las integrales de la ecuación (1) para encontrar las coordenadas del CM de la placa triangular (en este punto puede ayudar conocer que la ecuación de la recta que une los vértices $(a,0)$ y $(0,b)$ es $y = -(b/a)(x-a)$).

   e) **BONO (6 puntos)**: Encuentre la ecuación de la recta (mediana) que une cada vértice con el punto medio del lado opuesto a ese vértice. Para cada caso, verifique que las coordenadas del CM de la placa triangular satisfacen cada una de esas ecuaciones. Este resultado significa que el CM de una placa triangular homogénea se encuentra en la intersección de las medianas del triángulo que forma la placa. El resultado es válido para cualquier forma triangular homogénea.

   f) **BONO (6 puntos)**: Una placa rectángular de lados a y b es construída de manera que densidades de masa uniforme σ_1 y σ_2 quedan separadas por una de las diagonales del rectángulo. Encuentre el centro de masa de la placa rectangular.

2. **Problema (12 puntos)**: Con una mano aplicamos durante todo el tiempo una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}} = (2N)\hat{\imath}$ sobre una masa $m = 1kg$, que puede moverse sobre una superficie horizontal. En el instante en que la fuerza actúa, la masa parte del reposo en el punto A y alcanza el reposo en el punto C, despúes de recorrer la distancia de $2m$. En la primera mitad del trayecto la superficie no tiene fricción. La segunda mitad del trayecto la superficie tiene fricción.

   a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la masa en algún punto "P" del primer trayecto **(1 punto)**.

   b) Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la masa en algún punto "M" del segundo trayecto **(1 punto)**.

   c) Eplique si la magnitud de la fuerza horizontal total actuando sobre la masa en el punto "M" es mayor, menor o igual que la fuerza horizontal total actuando sobre la masa en el punto "P" **(2 puntos)**.

   d) Encuentre la magnitud y dirección de la aceleración de la masa en cada trayecto **(2 puntos)**.

   e) Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza total que actúa sobre la masa en el segundo trayecto **(2 puntos)**.

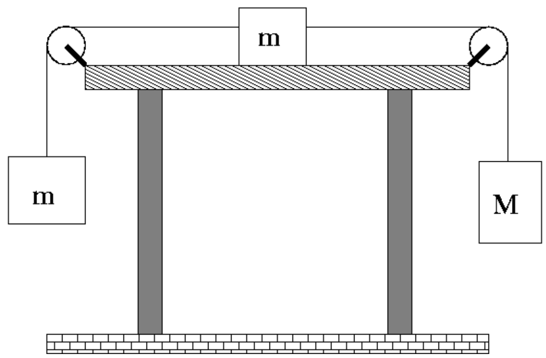
   f) Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza de roce que actúa sobre la masa en el segundo trayecto **(2 puntos)**.

   g) Encuentre el coeficiente de frinción cinemática μ_c en el segundo trayecto **(2 puntos)**.

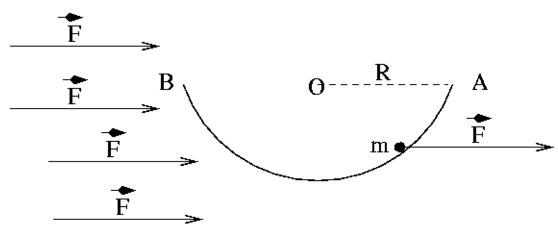
3. **Problema (10 puntos)**: Tres bloques de masa m, m y M están conectados por dos poleas ideales y dos cuerdas también ideales, tal como se muestra en la figura. Uno de los bloques de masa m está sobre una superficie horizontal, mientras que los otros dos bloques cuelgan a ambos lados de la superficie mediante cuerdas que pasan por poleas y se unen al bloque de masa m que está sobre la superficie, según se indica. El coeficiente de fricción estático entre el bloque y la superficie horizontal es $\mu_e = 0{,}5$, mientras que el coeficiente de fricción cinemático es $\mu_c = 0{,}25$. El valor de la constante de gravitación local $g = 10m/s^2$. El sistema se libera del reposo y se mueve bajo la acción de la masa M. Cuando la masa M se ha movido la distancia D:

   a) Encuentre el trabajo que realiza la fuerza de roce sobre la masa m que está en la mesa y el trabajo que realiza la gravedad en las otras masas (**5 puntos**).

   b) Encuentre la velocidad y aceleración de cada masa. (**5 puntos**).



4. **Problema (8 puntos)**: Además de la gravedad, un campo de fuerza constante $\vec{\mathbf{F}} = F\hat{\imath}$ actúa sobre una masa m que puede deslizar sobre la circunferencia interna de una pista semicircular de radio R y en posición vertical. Encuentre el trabajo que realiza cada fuerza cuando la partícula se mueve desde la posición A hasta la posición B (los puntos A y B están en la misma horizontal)? (**Ayuda**: puede encontrar el vector posición de la masa m y luego proceder a derivarlo para encontrar el diferencial respectivo.



5. **Problema (10 puntos)**: Se tiene una pista que comienza con un tramo curva sin roce y continúa con un segmento recto de longitud $D + L$ y coeficiente de roce cinético μ_c (ver figura). Al final del segmento recto se encuentra un resorte de constante elástica K desconocida, teniendo longitud L en estado relajado. Desde una altura H, en la pista curva, se suelta una masa M que desliza sobre toda la pista. Una vez comprimido el resorte, la masa M se mueve hacia la pista curva pero se detiene justo en la posición relajada del resorte.

   a) Encuentre la rapidez máxima que alcanza la masa (**2 puntos**).

   b) Encuentre la longitud $x_{\max}$ que se comprime el resorte (**4 puntos**).

   c) Encuentre la constante K del resorte en función de M,H,D y μ_c. (**4 puntos**).

   Ayuda: En la aparte 5*b*, escribir la ecuación de energía cuando la masa realiza el movimiento completo de comprimir el resorte y regresar a la posición relajada de éste.